Họ và tên: Nguyễn Văn Hoàng

MSSV: 22211TT2461

**BÀI TẬP CHƯƠNG II**

**QUAN HỆ**

1. Trong các quan hệ sau, hãy cho biết quan hệ nào có tính phản xạ, đối xứng, phản xứng, bắt cầu
   1. **Quan hệ R trên Z : xRy =x + y chẳn.**

**Bài giải:**

* Xét tính phản xạ

∀x∈Z : x + x = 2k nên (x,x) ∈ R

Kết luận: Quan hệ có tính phản xạ

* Xét tính đối xứng

Giả sử x,y ∈ Z : (x,y) ∈ R ⇔ x + y = 2k

Do: y + x = y + (2k - y) = 2k nên (y,x) ∈ R

Kết luận: Quan hệ có tính đối xứng.

* Xét tính bắt cầu

Giả sử x, y ∈ Z, xRy và yRz khi đó:

x + y = 2k1 và y + z = 2k2 ;

Xét x + z = (2k1 – y) + (2k2-y) = 2(k1 + k2 – y) = 2k3;

Từ đó suy ra x + z = 2k3 (Với k3 là một số nguyên dương);

Nên xRz

Kết luận: Quan hệ có tính bắt cầu.

* 1. Quan hệ R trên Z : xRy =x - y lẻ

Bài giải:

R∈ Z: xRy: x – y là số lẻ ⇔ x – y = 2k + 1

* Xét tính phản xạ

∀x ∈ Z : x – x = 0 ≠ 2k + 1

Suy ra (x,x) ∉R

Kết luận: R không có tính phản xạ

* Xét tính đối xứng

Giả sử x, y ∈ Z : (x,y) ∈ R ⇔ x – y = 2k + 1

⇔ x = 2k + 1 – y

Xét: y – x = y – ( 2k + 1 – y ) = -( 2k -1) là số lẻ

Nên (y,x) ∈ R

Kết luận: R có tính đối xứng

* Xét tính bắt cầu

Giả sử ∀ x,y,x ∈ Z, xRy và yRz khi đó:

x - y = 2k1 + 1 và y – z = 2k2 + 1

Xét: x - z = (2k1 + 1 + y) – (­­­- (2k2 + 1 – y))

= (2k1 + 1 + y) + (2k2 + 1 – y))

= 2(k1 + k2 + 1) = 2k3 (la số chẵn)

Vậy (x,z) ∉ R.

Kết luận: R không có tính bắt cầu.

* 1. **Quan hệ R trên Z : xRy =x2 + y2 chẳn.**

**Bài giải:**

* Xét tính phản xạ

∀x ∈ Z : x2 + x2 = 2k2

Vậy (x,x) ∈ R

Kết luận: R có tính phản xạ

* Xét tính đối xứng

Giả sử ∀x, y ∈ Z: (x,y) ∈ R ⇔ x2 + y2 = 2k2

Xét:

y2 + x2 = y2 + (2k2 – y2) = 2k2

Vậy (y,x) ∈ R

Kết luận: R có tính đối xứng

* Xét tính bắt cầu

Giả sử x,y,z ∈ Z, xRy và yRz khi đó:

x2 + y2 = 2k21 và y2 + z2 = 2k22

Xét x + z = (2k21 – y2) + (2k22 – y2)

= 2( k21 + k22 – y2) = 2k23

Vậy (x,z) ∈ R

Kết luận: R có tình bắt cầu

* 1. **A = {1, 2, 3, 4, 5, 6} và**

**R = {(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (4, 5), (5, 4),(5, 5), (6, 6)}**

**Bài giải:**

* Xét tính phản xạ

Ta có ∀x ∈ A : (x,x) ∈ R nên quan hệ có tính phản xạ

* Xét tính đối xứng

R có tính đối xứng do không tìm thấy cặp (x,y) nào mà không có (y,x) ∈ R

* Xét tính bắt cầu

R có tính bắt cầu do không tìm thấy cặp (x,y) và (y,x) nào mà không có cặp (x,z) ∈ R

* 1. **Quan hệ trên tập người: {(a, b)|a, b cùng tuổi}**

**Bài giải:**

* Xét tính phản xạ

∀ a ∈ tập người : (a,a) ∈ R nên R có tính phản xạ

* Xét tính đối xứng

Do ∀ a ∈ tập người : (a,b) ∈ R mà (b,a) ∈ R

Kết luận R có tính đối xứng

* Xét tính bắt cầu

∀ a,b,c ∈ tập người

Do a cùng tuổi với b mà b lại cùng tuổi với c nên aRb và bRc suy ra aRc

Kết luận: R có tính bắt cầu

* 1. **Quan hệ trên tập người {(a, b)|a, b có cùng ba, mẹ}**

**Bài giải:**

* Xét tính phản xạ

∀ a ∈ tập người : (a,a) ∈ R nên R có tính phản xạ

* Xét tính đối xứng

Do ∀ a ∈ tập người : (a,b) ∈ R mà (b,a) ∈ R

Kết luận R có tính đối xứng

* Xét tính bắt cầu

∀ a,b,c ∈ tập người

Do a cùng bố mẹ với b mà b lại cùng bố mẹ với c. Nên aRb và bRc suy ra aRc

Kết luận: R có tính bắt cầu

* 1. Quan hệ trên tập người {(a, b)|a, b nói cùng 1 thứ tiếng}

1. **Xét một tập A = {1, 2, 3, 4, 6, 9}, định nghiã quan hệ R trên A như sau**

**R ={(x, y)|x − y là bội số của 3}**

* 1. Liệt kê các phần tử của R
  2. R có là quan hệ tương đương trên A không?
  3. R có là quan hệ thứ tự trên A không?

Bài giải:

a)R = (1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(6,6),(9,9),(4,1),(6,3),(9,3)

* Xét tính phản xạ

∀ x ∈A : (x,x) ∈R ⇔ x - x = 0 (0 là bội số của mọi số)

Vậy R có quan hệ đối xứng.

* Xét tính đối xứng

Giả sử ∀x,y ∈ A: (x,y) ∈ R ⇔ x – y = 3k

Xét y – x = y – (3k + y) = - 3k (không phải là bội số của 3)

Vậy R không có tính đối xứng

* Xét tính phản xứng

Giả sử ∀x,y ∈ A: (x,y) ∈ R ⇔ x – y = 3k

Xét y – x = y – (3k + y) = - 3k ≠ 3k

Vậy R không có tính phản xứng

* Xét tính bắt cầu

Giả sử ∀x,y,z ∈ A: (x,y) ∈ R và (y,z) ∈ R khi đó:

x – y = 3k1 và y – z = 3k2

Xét x – z = (3k1 + y) – (- (3k2 - y) )

= (3k1 + y) + (3k2 - y)

= 3(k1 + k2) = 3k3

Vậy R có tính tính bắt cầu

Kết luận R có quan hệ thứ tự nhưng không có quan hệ tương đương.

1. **Cho tập X = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} và quan hệ hai ngôi R xác định trên X như sau: x,y∈X, xRy ⇔ (x+y)÷2 (ký hiệu ÷ diễn tả ý “chia hết cho”).**
   1. **Tập R có những phần tử nào?**

R=(0,0),(0,2),(0,4),(0,6),

(1,1),(1,3),(1,5),(1,7),

(2,0),(2,2),(2,4),(2,6),

(3,1),(3,3),(3,5),(3,7),

(4,0),(4,2),(4,4),(4,6),

(5,1),(5,3),(5,5),(5,7),

(6,0),(6,2),(6,4),(6,6),

(7,1),(7,3),(7,5),(7,7)

* 1. **Quan hệ hai ngôi R có tính chất gì?**
* Xét tính phản xạ

∀ x ∈X : (x,x) ∈R ⇔ x + x = 2x (luôn chia hết cho hai)

Vậy R có tính phản xạ

* Xét tính đối xứng

Giả sử ∀ x,y ∈X có (x,y) ∈R : x + y = 2k ⇔ y + x = 2k (tính chất giao hoán)

Nên yRx

Vậy R có tính đối xứng

* Xét tính phản xứng

∀ x,y ∈X có (x,y) ∈R và (x,y) ∈ R mà x ≠ y

Vậy R không có tính phản xứng

* Xét tính bắc cầu

Giả sử ∀ x,y,z ∈X có (x,y) ∈ R và (y,z) ∈ R khi đó:

x + y = 2k1 và y + z =2k2

Xét x + z = (2k1 – y) + (2k2 – y) = 2(k1 + k2 – y) (Luôn chia hết cho hai)

Vậy quan hệ có tính bắc cầu.

Kết luận: R có quan hệ tương đương.

* 1. R có là quan hệ tương đương trên X? Nếu phải thì hãy tìm lớp tương đương của phần tử 1,2

1. **Cho các quan hệ trên tập A={1,2,3,4} sau. Xét tính phản xạ, phản xứng, đối xứng, bắc cầu:**
   1. ℜ1= {(2,2),(2,3),(2,4),(3,2),(3,3),(3,4)}
   2. ℜ2= {(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3),(4,4)}
   3. ℜ3= {(2,4),(4,2)}
   4. ℜ4= {(1,2),(2,3),(3,4)}
   5. ℜ5= {(1,1),(2,2),(3,3),(4,4)}
   6. ℜ6= {(1,3),(1,4),(2,3),(2,4),(3,1),(3,4)}

**Bài giải:**

**a)**

* Xét tính phản xạ

ℜ1 Không có tính phản xạ vì (1,1) và (4,4) ∉ ℜ1

* Xét tính đối xứng

ℜ1 không có tính đối xứng vì có (3,4) mà không có (4,3)

* Xét tính phản xứng

ℜ1 không có tính phản xứng vì có (2,3) và (3,2) mà 2 ≠ 3

* Xét tính bắc cầu

ℜ1  có tính bắc cầu do không tìm thấy cắp (x,y) và (y,z) nào mà không có (x,z)

**b)ℜ2= {(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3),(4,4)}**

* Xét tính phản xạ

ℜ2 có tính phản xạ vì không tìm thấy cặp (x,x) ∉ ℜ2

* Xét tính đối xứng

ℜ2 có tính đối xứng vì không tìm thấy cặp (x,y) nào mà không có (y,x)

* Xét tính phản xứng

ℜ2 không có tính phản xứng vì có (1,2) và (2,1) mà 1 ≠ 2

* Xét tính bắc cầu

ℜ2  có tính bắc cầu do không tìm thấy cặp (x,y) và (y,z) nào mà không có (x,z)

**c)ℜ3= {(2,4),(4,2)}**

* Xét tính phản xạ

ℜ3 không có tính phản xạ vì không tìm thấy cặp (x,x) nào thuộc ℜ3

* Xét tính đối xứng

ℜ3 có tính đối xứng vì không tìm thấy cặp (x,y) nào mà không có (y,x)

* Xét tính phản xứng

ℜ3 không có tính phản xứng vì có (2,4) và (4,2) mà 2 ≠ 4

* Xét tính bắc cầu

ℜ3  có tính bắc cầu do không tìm thấy cặp (x,y) và (y,z) nào mà không có (x,z)

Kết luận: R không là quan hệ tương đương, không là quan hệ thứ tự

**d)ℜ4= {(1,2),(2,3),(3,4)}**

* Xét tính phản xạ

ℜ4 không có tính phản xạ vì không tìm thấy cặp (x,x) nào thuộc ℜ4

* Xét tính đối xứng

ℜ4 không có tính đối xứng vì có (x,y) mà không có (y,x)

* Xét tính phản xứng

ℜ4 không có tính phản xứng vì không tìm thấy cặp (x,y) và (y,x) nào mà x = y

* Xét tính bắc cầu

ℜ4  không có tính bắc cầu do có (1,2) và (2,3) mà không có (1,3)

Kết luận: R không là quan hệ tương đương, không là quan hệ thứ tự

**e)ℜ5= {(1,1),(2,2),(3,3),(4,4)}**

* Xét tính phản xạ

ℜ5 có tính phản xạ vì không tìm thấy cặp (x,x) nào mà không ℜ3

* Xét tính đối xứng

ℜ5 có tính đối xứng vì không tìm thấy cặp (x,y) nào mà không có (y,x)

* Xét tính phản xứng

ℜ5 có tính phản xứng vì không tìm thấy cặp (x,y) và (y,x) nào mà x ≠ y

* Xét tính bắc cầu

ℜ5  có tính bắc cầu do không tìm thấy cặp (x,y) và (y,z) nào mà không có (x,z)

Kết luận: R là quan hệ tương đương và quan hệ thứ tự

**f)ℜ6= {(1,3),(1,4),(2,3),(2,4),(3,1),(3,4)}**

* Xét tính phản xạ

ℜ6 không có tính phản xạ vì không tìm thấy cặp (x,x) nào thuộc ℜ6

* Xét tính đối xứng

ℜ6 không có tính đối xứng vì có cặp (1,4) mà không có (4,1)

* Xét tính phản xứng

ℜ6 không có tính phản xứng vì có (1,3) và (3,1) mà 1 ≠ 3

* Xét tính bắc cầu

ℜ6  có tính bắc cầu do không tìm thấy cặp (x,y) và (y,z) nào mà không có (x,z)

Kết luận: R không là quan hệ tương đương, không là quan hệ thứ tự

1. Xét tập A ={1;2;3}. Trong số các quan hệ dưới đây, hãy cho biết quan hệ nào là không phản xạ, không đối xứng, không bắc cầu.
   1. R={(1;1),(1;2),(1;3),(3;3)}

Bài giải:

* Xét tính phản xạ

ℜ không có tính phản xạ vì cặp (2,2) và (3,3) ∉ ℜ

* Xét tính đối xứng

ℜ không có tính đối xứng vì có cặp (1,2) mà không có (2,1) ∈ ℜ

* Xét tính bắc cầu

ℜ có tính bắc cầu do không tìm thấy cặp (x,y) và (y,z) nào mà không có (x,z)

Kết luận: R không có tính phản xạ, không có tính đối xứng và không có tính bắc cầu.

* 1. S={(1;1),(1;2),(2;1),(2;2),(3,3)}
* Xét tính phản xạ

S có tính phản xạ vì không tìm thấy cặp (x,x) nào mà không thuộc S

* Xét tính đối xứng

S có tính đối xứng vì không tìm thấy cặp (x,y) nào mà không có (y,x) không thuộc S

* Xét tính bắc cầu

S có tính bắc cầu do không tìm thấy cặp (x,y) và (y,z) nào mà không có (x,z)

* 1. T={(1;1),(1;2),(2;2),(2;3)}
* Xét tính phản xạ

T không có tính phản xạ vì cặp (3,3) ∉ ℜ

* Xét tính đối xứng

T không có tính đối xứng vì có cặp (1,2) mà không có (2,1) ∈ ℜ

* Xét tính bắc cầu

T không có tính bắc cầu do không tìm thấy cặp (1,2) và (2,3) mà có (1,3) ∈ ℜ

Kết luận: T không có tính phản xạ, không có tính đối xứng và không có tính bắc cầu.

1. Cho quan hệ ℜ trên tập các số nguyên. Xác định tính phản xạ, đối xứng, phản xứng, bắc cầu với (x,y)∈ ℜ khi và chỉ khi:
   1. x≠y

**Bài giải:**

* Xét tính phản xạ

Vì x =x : ∀x ∈Z: (x,x) ∉R

⇒Không có tính phản xạ

* Xét đối xứng

Giả sử ∀x,y ∈Z: (x,y)∈ R ⇔ x ≠ y

Mà y ≠ x ⇔ (y,x) ∈ R

⇒Quan hệ có tính đối xứng.

* Xét tính phản xứng

Giả sử ∀x,y ∈Z: (x,y)∈ R và (y,x)∈ R mà x ≠ y

⇒Quan hệ không có tính phản xứng

* Xét tính bắc cầu

Giả sử ∀x,y,z ∈ Z: (x,y)∈ R và (y,z)∈ R khi đó:

x ≠ y và y ≠ z

Xét x,z: vì x ≠ y mà y≠z nên x ≠ z

⇒Quan hệ có tính bắc cầu.

* 1. x\*y≥1
* Xét tính phản xạ

∀x ∈Z: (x,x)∈ R ⇔ x \* x ≥1 mà 0 \* 0 = 0 ≤ 1

Vậy Quan hê không có tính phản xạ

* Xét tính đối xứng

Giả sử ∀x,y ∈Z: (x,y)∈ R ⇔ x \* y ≥ 1

⇔ y \* x ≥ 1 nên (y,x)∈ R

Vậy quan hệ có tính đối xứng

* Xét tính phản xứng

Giả sử ∀x,y ∈Z: (x,y)∈ R ⇔ x \* y ≥ 1

⇔ y \* x ≥ 1 nên (y,x)∈ R mà x ≠ y

Vậy quan hệ không có tính phản xứng

* Xét tính bắc cầu

Giả sử ∀x,y,z ∈ Z: (x,y)∈ R và (y,z)∈ R khi đó:

Do x \* y ≥ 1 và y \* z ≥ 1

nên x \* z ≥ 1

Vậy quan hệ có tính bắt cầu

**c) x=y+1 hay x=y-1**

* Xét tính phản xạ

Do ∀x ∈Z mà x = x + 1 hoặc x = x -1

* Xét tính đối xứng

Giả sử ∀x,y ∈Z : (x,y) ∈ R ⇔ x = y + 1 hoặc x = y -1

Xét (y,x)∈ R ta có: y = x + 1 hoặc y = x -1

Mà x = y + 1 ⇔ y = x – 1 và x = y - 1 ⇔ y = x + 1

⇒yRx

Vậy quan hệ có tính đối xứng

* 1. x=y+1 hay x=y-1
  2. x và y cùng là số dương hoặc cùng là số âm
  3. x=y2
  4. x≥y2
  5. x=y (mod 7)

1. **Cho A= {1,2,3,4,5,6} và ℜ={(1,2);(1,2),(2,1),(2,2),(3,3),(4,4),(4,5),(5,4),(5,5),(6,6)}**

**Kiểm tra ℜ là một quan hệ tương đương?**

**Bài giải:**

* Xét tính phản xạ

(1,1) ∉ ℜ ⇒ Quan hệ không có tính phản xạ

* Xét tính đối xứng

Không tìm thấy căp (x,y) ∈ℜ nào mà không có (y,x) ∉ℜ

Vậy quan hệ có tính đối xứng

* Xét tính bắc cầu

Không tìm thấy cặp (x,y) và (y,x) nào mà không có (x,z) ∉ℜ

Vậy quan hệ có tính bắc cầu

Kết luận: R có quan hệ tương đương.

1. **Cho ℜ={(1,1), (1,3),(3,1),(3,3)}.**

**ℜ có phải là quan hệ tương đương trên A={1,2,3} không? Trên B={1,3} không?**

**Bài giải:**

* Xét tính phản xạ

∀x, x ∈ A : Do không tìm thấy cặp (2,2) ∈ ℜ

⇒Quan hệ không có tính phản xạ

* Xét tính đối xứng

∀x, y ∈ A : Do không tìm thấy cặp (x,y) nào thuộc R mào không có (y,x) không thuộc R

⇒ Quan hệ có tính đối xứng

* Xét tính bắt cầu

∀x, y,z ∈ A : Do không tìm thấy cặp (x,y) và (y,z) nào mà không có cắp (x,z) ∉ ℜ

⇒Quan hệ có tính bắt cầu

Kết luận: ℜ không có quan hệ tương đương trên A

* Xét tính phản xạ

∀x, x ∈ B : Do không tìm thấy cặp (x,x) nào mà không thuộc ℜ

⇒Quan hệ có tính phản xạ

* Xét tính đối xứng

∀x, y ∈ B : Do không tìm thấy cặp (x,y) nào thuộc R mào không có (y,x) không thuộc R

⇒ Quan hệ có tính đối xứng

* Xét tính bắt cầu

∀x, y, z ∈ B : Do không tìm thấy cặp (x,y) và (y,z) nào mà không có cắp (x,z) ∉ ℜ

⇒Quan hệ có tính bắt cầu

Kết luận: ℜ không có quan hệ tương đương trên B

1. Cho A={1,2,3,4, . . . , 14,15} và ℜ là một quan hệ trên A được xác định bởi (a,b) ℜ(c,d) ⇔ a+d = b+c. Chứng minh ℜ là một quan hệ tương đương.

* Xét tính phản xạ

∀a,b ∈ A: (a,b) ∈ R: a+b = a+ b (luôn đúng)

⇒Quan hệ có tính phản xạ

* Xét tính tính đối xứng

∀a,b,b,c ∈ A : (a,b) ∈ R, (c,d) ∈ R: a+b = c+d

Giả sử (a,b) R (c,d) ta có:

a + b = c + d

⇔ c+ d = a + b (giao hoán, đổi vế)

⇒(c,d) R (a,b)

Vậy quan hệ có tính đối xứng.

* Xét tính bắc cầu

Giả sử ∀a,b,b,c,e,f ∈ A : (a,b) ∈ R, (c,d) ∈ R: (a,b) R (c,d) và (c,d) R (e,f) khi đó:

a + b = c + d và c+ d = e + f

Xét (a,b) R (e,f) ⇔ a + b = e + f (luôn đúng do tính chất bắc cầu)

Vậy quan hệ có tính bắc cầu

Kết luận: R có quan hệ tương đương.